

Chiamiamo ξ, η le coordinate del centro di curvatura della curva che abbiamo fin qui considerata. Dalla costruzione precedentemente richiamata si ha facilmente

e quindi

$$r^2 = x^2 + y^2$$

Per questi valori l'equazione finita della curva., eliminandone x ed y , da

da cui si deduce

equazione di una catenaria. Tale è dunque l'evoluta della curva dalle tangenti costanti uguali ad r . Questo risultato conosciuto poteva anche essere dedotto a priori da un teorema del sig. WEINGARTEN, intorno al quale può vedersi l'articolo XIX delle mie *Ricerche di analisi applicata alla geometria* *).

Si possono determinare facilmente anche le evolventi della curva dalle tangenti costanti.

Infatti supponiamo che il punto comune a questa curva e ad una delle sue evolventi sia quello che corrisponde al valore s_0 dell'arco s . Chiamando ξ, η le coordinate dell'evolvente, si trovano le relazioni

Ma si aveva

$$\frac{y}{r} = \frac{\eta}{r}$$

da cui

$$r \text{ epperò } = \frac{\eta}{\sqrt{1 - \frac{\eta^2}{r^2}}},$$

$$= s + r \log \left(\frac{\eta}{r} \right) + \frac{1}{2} \log \left(\frac{1 - \frac{\eta^2}{r^2}}{1 - \frac{\eta^2}{r^2}} \right) - r \frac{1 - \frac{\eta^2}{r^2}}{1 - \frac{\eta^2}{r^2}}$$

*) Giornale di Matematiche, voi. Ili (1865), pag. 18 ; oppure queste OPERE, voi. I, pag. 162.